ERDÉSZNAGYJAINK ARCKÉPCSARNOKA

4

TAMÁSSY LAJOS

MOÓR ARTHUR

(1923 -1985)

ÉLETE ÉS MUNKÁSSÁGA

SOPRONI EGYETEM ERDŐMÉRNÖKI KAR

SOPRON
1998

ERDÉSZNAGYJAINK ARCKÉPCSARNOKA

4

TAMÁSSY LAJOS:

MOÓR ARTHUR

(1923 -1985)

ÉLETE ÉS MUNKÁSSÁGA

SOPRONI EGYETEM ERDŐMÉRNÖKI KAR

SOPRON
1998

A sorozatot szerkeszti:

az Erdőmérnöki Kar dékánja

ISSN 1417-8885
ISBN 963 7180 61 3

Felelős kiadó:

DR. FARAGÓ SÁNDOR
az Erdőmérnöki Kar dékánja

A szakirodalmi munkásság jegyzékét
F. Nagy Györgyi és Sz. Kirkovits Magdolna
állította össze.

MOÓR ARTHUR
élete és munkássága

MOÓR ARTHUR, a magyar differenciálgeometria kiemelkedő egyénisége 1985. augusztus 26-án hunyt el. A Soproni Egyetemen lett egyetemi tanár, és az itteni Matematikai Tanszéket vezette élete végéig, 17 éven át.

A Soproni Egyetem az újjáéledő magyar egyetemi és közélet nemes hagyományait követi, amikor volt tanáráról, egykori professzoráról megemlékezik. Saját magát becsüli meg az az intézmény, mely neves halottjait számon tartja.

Pár évvel ezelőtt itt Sopronban, ahol az Egyetem vendégszeretete helyet adott az 5. Osztrák-Magyar Geometriai Kollokviumnak, szakmai matematikus hallgatóság előtt emlékeztünk meg MOÓR ARTHUR matemetikai munkásságáról, felsorakoztatva legfontosabb és legjelentősebb matematikai eredményeit. Így most egy általánosabb érdeklődési körű közönség előtt inkább életútjára, egyéniségére kívánok emlékezni és tudományterületének tárgyát és alapkérdéseit kísérlem megismertetni és a matematika fejlődésének történetébe ágyazni, kevésbé helyezve súlyt MOÓR ARTHUR konkrét matematikai eredményeinek felsorolására. Ez talán egy képet ad matematikai munkásságának szinteréről is.

MOÓR ARTHUR Budapesten született 1923. január 8-án. Édesapja magyar-német szakos középiskolai tanár, aki egy ideig magyar lektor volt a Berlini Egyetemen, majd a Szegedi Polgári Iskolai Tanárképző Főiskolán a német nyelv tanára lett. Így MOÓR ARTHUR a német nyelvvel már fiatalon megismerkedett. Kitűnően beszélt németül. Egyetemi tanulmányait Szegeden kezdte meg matematika-fizika szakon 1941-ben, de a háború

miatt csak 1947-ben fejezte be. Tagja volt az Eötvös Kollégiumnak, ahol KALMÁR LÁSZLÓ volt a tanára. Az egyetemen is kiváló professzorai voltak: RIESZ FRIGYES, HAAR ALFRÉD, KERÉKJÁRTÓ BÉLA, SZŐKEFALVI-NAGY GYULA. Ez a tanári kar valóban világszinvonalat jelentett. - Tanári oklevelének megszerzése után 1947-50-ig a Szarvasi Tanítóképző Intézetben tanított. Tudományos munkáját rögtön az egyetem befejezése után megkezdi Szarvason, a tudományos környezet és a tudományos légkör teljes hiányában. A FINSLER geometria iránt érdeklődik, amire az egyetemen az oktatás és kutatás kiemelkedő színvonala mellett is alig kaphatott indítatást. A differenciálgeometria a két háború között hiányterület volt Magyarországon. Tudományos munkájának kezdeti eredményeivel igen gyorsan elkészül és megjelennek első dolgozatai. Ezekre felfigyel VARGA OTTÓ, a debreceni egyetem tanára, a FINSLER geometria nemrég Magyarországra hazatért kíváló művelője, és elősegíti MOÓR ARTHURnak a debreceni Révai (ma Csokonai) Gimnáziumba való kerülését, ahol 1950-52. között tanított. Az aspirantúra intézményének megindulásakor 1953-ban VARGA OTTÓ aspiránsa lesz a Debreceni Egyetemen. Aspirantúráját 1956-ban fejezi be a kandidátusi fokozat megszerzésével. Akadémiai doktori dolgozatának címe "Geometriai vizsgálatok általános metrikus vonalelem-terekben", amit 1964-ben véd meg. Közben megnősül. Felesége LÁSZLÓ PIROSKA középiskolai tanár. Házasságukból egy leánygyermek született, EDIT. Aspirantúrája után a Szegedi Egyetemen kap állást, ahol 1956-68-ig dolgozik. Közben 1964-ben megkapja a tudományok doktora fokozatot. 1968-ban a Soproni Egyetemre nyer egyetemi tanári kinevezést és átveszi a Matematikai Tanszék vezetését. A kislétszámú tanszéken több munkatársát indította el

a matematikai és a differenciálgeometriai kutatások útján. Távozásakor egy jól működő, jó szellemű tanszéket hagyott hátra.

Cselekedeteit elvi meggondolások irányították. Tiszteletreméltó volt és rám mély benyomást tett az a magatartása, ahogyan latolgatás nélkül utasította vissza, vagy hagyott elszaladni előnyöket, ha azok elfogadása erkölcsi, vagy cselekvési normáiból csak csekély engedményt is kívántak volna. Hasonlóképpen vállalt hátrányokat anélkül, hogy ezeket áldozatnak tekintette volna. Ez volt számára az egyetlen lehetséges, és így természetes cselekvési mód. Ez nyilvánult meg hallgatóival szembeni igazságosságában, az anyagi javakhoz való viszonyában, munkájában. - Kifejezetten materialista volt, de soha nem gondolt arra, hogy ebből politikai hasznot kovácsoljon magának. A politika kívül esett érdeklődési körén, sőt csaknem minden, ami nem matematika volt. A matematika kitöltötte az életét. Ez alól talán csak a sakkozás volt kivétel. Fiatalabb korában versenyszerűen sakkozott, csapatversenyeken vett részt.

Szuverén egyéniség volt. Véleményét mások tetszésétől, vagy nemtetszésétől függetlenül alakította ki. Munkája elismerését néha lassan, csak késve kapta meg. Már amikor aspiráns lett annyi dolgozattal rendelkezett, amennyivel a többség kandidátus korára sem. Aspirantúrája befejeztével nem kapott Debrecenben állást, pedig ezt szerette volna. Akkor ez volt az egyetelen differenciálgeometriai centrum Magyarországon. Docensi kinevezését is csak doktori védésének idején kapta meg, pedig ez a fokozat akkor jóval ritkább volt mint ma.

Igen értékelte viszont, és nagyon jól esett neki, hogy soproni kinevezésénél a soproni egyetem vezetői tudományos teljesítményére helyezték a súlyt, és minden mást emögött másodrendűnek tekintettek. -

Hasonlóan nagyra értékelte azokat a megbecsülő megnyilatkozásokat, amelyekkel VARGA OTTÓ, a magyar differenciálgeométerek mestere a 60-as évektől MOÓR ARTHUR munkásságát értékelte és elismerte.

MOÓR ARTHUR egész életében igen aktívan, napi rendszerességgel dolgozott. Munkásságának eredményét 106 megjelent dolgozat jelzi, melyek majdnem mind német nyelven jelentek meg. Az utóbbi egy-két évtizedben ez nem kedvezett olvasottságának, mégis szerte a világon sokat hivatkoztak és hivatkoznak eredményeire. Közel négy évtizedes matematikai kutató munkásságában sok differenciálgeometriai kérdéssel foglalkozott, azonban ezek szinte mindegyike valamilyen formában kapcsolódik a FINSLER geometriához. Ez volt munkásságának a központi területe. Sok matematikus munkássága, vagy legalábbis élete egy hosszabb szakaszának az eredménye egyetlen kérdés köré csoportosítható. MOÓR ARTHURnál ez nincs így. Ezért munkáinak az áttekintő ismertetése meglehetősen nehéz. Vagy igen hosszú lenne, vagy nagyon hézagos, és akkor is csak a szigorúan vett szakemberek számára érthető. De itt most nem is ezt a feladatot tűzzük magunk elé, hanem mindössze munkásságának területét kívánjuk az általános matematikai érdeklődéssel rendelkezők számára kissé megvilágítani, közelebb hozni.

Hogy a FINSLER geometria tárgyát és helyét megvilágítsuk érdemes kissé messzebről elindulni. A geometria (eredeti értelme szerint földmérés) igen ősi tudomány, a matematikának a számolástól eltekintve a legrégibb ága. Tételei szemléletesek, szinte mindenki számára közérthetőek. Érdekes, hogy a bizonyítások ebben a tudományágban csak a Kr. e. VI. évszázadban jelentek meg az akkor kifejlődött logika alkalmazásaként és rögtön robbanásszerű fejlődést indítottak el. A bizonyítások kezdeti

megjelenésétől számított két évszázad elég volt arra, hogy elkészüljön EUKLIDESZ Elemek című műve, mely a matematikának a szigorú logikai elvekre épített oly masszív és grandiózus építményét jelentette, amit két évezreden át csak áhitattal tudtak csodálni. Nem tudom, hogy a matematikának azóta is volt-e ily meredek fejlődési szakasza. - EUKLIDESZ néhány minimális számú, bizonyítás nélküli alapigazságra, axiomára építette geometriáját. Minden állítását és tételét ezekből logikai úton vezette le. Az axiómák mind egyszerű kijelentések, melyek igazságában senki sem kételkedett. Ezek közül az utolsót, a jól ismert párhuzamossági axiómát azonban sokan a többi következményének és így feleslegesnek, elhagyhatónak vélték. Ez a probléma 2000 évig nem nyert megnyugtató megoldást, egészen Bolyai János felfedezéséig. BOLYAI JÁNOS apja, BOLYAI FARKAS, Göttingenben GAUSS hallgatótársa volt és onnan hozta magával a "parallelák problémáját", amit azonban ő sem tudott megoldani. A megoldás végül JÁNOSnak sikerült, aki megmutatta, hogy a párhuzamossági axióma nem bizonyítható a többi axiómából, de ezt úgy mutatta meg, hogy a többi axiómából és a párhuzamossági axióma tagadásából egy teljes ellentmondásmentes geometriát, egy merőben más, új világot (geometriát) épített fel. És ez messze túlmutatott az eredeti probléma megoldásán. Ez olyan hatású és jelentőségű esemény volt a geometriában, mint a heliocentrikus világkép megalkotása a geocentrikussal szemben a csillagászatban. Egy más geometria gondolata (ahol más a távolság, más tulajdonságú az egyenes, a párhuzamosság, stb.) korának legtöbb matematikusa számára felfoghatatlan, vagy legalábbis elfogadhatatlan volt. Nem is aratott gyors sikert. BOLYAI JÁNOSnak életében semmi sem jutott a megérdemelt dicsőségből, de N. I.

LOBACSEBSZKIJnek is, aki tőle függetlenül jutott jelentős mértékben hasonló eredményre, csak kevés. Amilyen nehezen és lassan indult meg az új geometria gondolatának az elfogadása, épp oly feltartóztathatatlanul haladt előre. Sőt, B. RIEMANN 1854-ben Göttingenben az idős GAUSS jelenlétében (GAUSS halála előtti évben) GAUSS felületelméleti munkáira építve már egy újabb geometriának, a róla elnevezett RIEMANN-geometriának az alapjait vázolta fel, sőt tulajdonképpen már az úgynevezett FINSLER geometria lehetőségét is felvetette, és ezzel BOLYAI JÁNOS úttörő lépése után megindította az újabb és újabb geometriák létrehozásának a sorát. Miről is van szó?

Ismeretes, hogy az euklideszi síkon DESCARTES koordinátarendszerben az $x = x(t)$, $y = y(t)$ függvényekkel megadott C görbének a $P(t_1)$, $P(t_2)$ pontok közé eső ívhossza $s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\, dt$.

Ugyanez az s ívhossz egy (u, v) görbevonalú koordinátarendszerben az $s = \int_{t_1}^{t_2} \left(E(u,v)\dot{u}^2 + 2F(u,v)\dot{u}\dot{v} + G(u,v)\dot{v}^2\right)^{\frac{1}{2}} dt$ formában adódik, ahol az E, F, G függvények az $(x,y) \leftrightarrow (u,v)$ koordinátatranszformáció által vannak meghatározva. Ez az $E \equiv g_{11}$, $F \equiv g_{12} \equiv g_{21}$, $G \equiv g_{22}$, $u \equiv u^1$, $v \equiv u^2$ jelölés alkalmazásával az

$$(1) \qquad s = \int_{t_1}^{t_2} \left(g_{\alpha\beta}\left(u^1, u^2\right)\dot{u}^\alpha \dot{u}^\beta\right)^{\frac{1}{2}} dt$$

alakra vezet , ahol α-ra és β-ra is szummációt értünk 1-től a dimenziószámig, itt 2-ig. RIEMANN-nak az újabb geometriához vezető

jelentős ötlete igen egyszerű volt. Tekintsünk a síkon (lényegében) önkényesen megadott $g_{\alpha\beta}\left(u^1,u^2\right)$ függvényeket (ahol $g_{\alpha\beta}=g_{\beta\alpha}$), és egy görbe ívhosszát értelmezzük az (1) integrállal. RIEMANN könnyen be tudta látni, hogy ez általában nem azt jelenti, hogy az euklideszi síkot valamilyen görbevonalú koordinátarendszerben tárgyaljuk, mert adott $g_{\alpha\beta}\left(u^1,u^2\right)$-hez általában nem található olyan $(x,y) \leftrightarrow \left(u^1,u^2\right)$ koordinátatranszformáció, melynek a fellépő E, F, G függvények épp az adott $g_{\alpha\beta}\left(u^1,u^2\right)$-k. Így az ilyen ívhosszmérésre épített geometria különbözik az euklideszitől. Ez a RIEMANN geometria.

- Az (1) integrál integrandusa egy $\dot{u}^1,\dot{u}^2$-ben elsőfokú pozitív homogén függvény, azonban az ilyenek között egy igen egyszerű, egy erősen speciális. RIEMANN már akkor, 1854-ben felvetette egy olyan geometria lehetőségét, melyben a C görbe ív hossza (1) helyett egy $s=\int_{t_1}^{t_2} F\left(u^1,u^2,\dot{u}^1,\dot{u}^2\right)dt$ integrállal van értelmezve. Az első gondolatok minden nehézség nélkül átvihetők tetszőleges véges dimenzióra. Így ha a tér pontjainak a koordinátáit a szokásosabb $x^1,x^2,.....,x^n$-el, vagy rövidebb x -el, jelöljük, akkor az $x(t)$ által adott C görbe ívhosszát most az

$$(2)\quad s=\int_{t_1}^{t_2} F\left(x,\dot{x}\right)dt$$

integrál értelmezi, ahol feltesszük, hogy $F\left(x,\lambda,\dot{x}\right)=|\lambda|F\left(x.\dot{x}\right)$. Míg azonban az (1) ívhossz értelmezésre épített RIEMANN geometria kiépítése hamarosan megkezdődött és eredményesen haladt előre, addig a (2)

ívhossz értelmezésre épített geometria gondolata teljesen feledésbe merült, mígnem 1918-ban a svájci P. FINSLERnél egy variációszámítási probléma kapcsán RIEMANNtól teljesen függetlenül újra felszínre nem került.

- Nos ez a geometria lett MOÓR ARTHUR vizsgálatainak központi tárgya.

A FINSLER geometria jelentősége abban rejlik, hogy ez egy bizonyos természetes és józan követelményeknek elegettevő legáltalánosabb geometria. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy míg euklideszi geometria csak egy van, addig RIEMANN geometriából már több, nevezetesen minden $g_{\alpha\beta}(x)$-hez tartozik egy RIEMANN geometria, a FINSLER geometria pedig a geometriák egy egész családja, minden $F(x.\dot{x})$ alapfüggvény más-más FINSLER geometriát határoz meg. (Az euklideszi geometria unicitására vonatkozó megjegyzésünk azt jelenti, hogy bár az euklideszi geometriában különböző DESCARTES-féle és görbevonalú koordinátarendszerek használhatók és ezektől függően pl. az ívhossz formulája más és más - mint azt fentebb már említettük - addig magának az ívhossznak, vagy egy háromszög területének, stb. az értéke független az éppen használt koordinátarendszertől.) Ebből kifolyólag viszonylag kevés olyan jelentős tétel létezik, mely minden FINSLER geometriára egyformán vonatkozik. Ezért fontos feladat a FINSLER geometriák kisebb csoportjainak a vizsgálata, különösen az egyszerűbbeké, a RIEMANN, vagy az euklideszi geometriához közelebb állóké. Ilyen pl. az a MOÓR ARTHUR által alaposan vizsgált eset, amikor $F(x.\dot{x})$ egy $\dot{x}^i$-ben (i = 1, 2,....., n) k-ad fokú polinomból vont k. gyök, ahol a polinom együtthatói x-től függnek. Ezt az irodalomban BERWALD-MOÓR metrikának nevezik. Ez egy speciális esete a ma gyakran vizsgált l-forma metrikának, ahol

$F(x.y) := G(y^i)$ $y^i = w_x^i(\dot{x})$, melyben G egy y^i-ben első fokú pozitív homogén függvény, $w_x^i(\dot{x})$ pedig n-számú 1-forma $\dot{x}$-ben x-től függő együtthatókkal.

Ha FINSLER geometriáról beszélünk, az ívhossz mérés mellett feltétlenül meg kell említenünk egy vele egyenrangúan fontos kérdést. Ez a vektorok párhuzamossága. Euklideszi térben ez igen egyszerű kérdés: két különböző pontból kiinduló vektor akkor párhuzamos, ha a komponenseik megegyezőek. Ez a kijelentés azonban a DESCARTES koordinátarendszerhez van kötve. Ilyen koordinátarendszer pedig RIEMANN, vagy FINSLER térben általában nem létezik ill. ha létezik, akkor a tér euklideszi, vagy MINKOWSKI tér. A vektorok párhuzamosságának értelmezése és ennek a metrikához való kapcsolata egy igen lényeges és fontos kérdés. Ennek megoldatlansága jó ideig a RIEMANN geometria kifejlődését is jelentősen hátráltatta. A kérdést a RIEMANN geometria esetén az olasz T. LEVI-CIVITA oldotta meg 1917-ben. A tér x pontjában vett $\zeta^i(x)$ komponensű vektorhoz a szomszédos $x+dx$ pontban azt a $\zeta^i(x+dx)$ komponensű vektort tekintette definíció szerint párhuzamosnak (párhuzamosan eltoltnak), melynél a $\Delta\zeta^i \equiv \zeta^i(x+dx)-\zeta^i(x)$ különbség dx^k-ban lineáris fő része $\zeta^i(x)$-ben is lineáris, tehát $d\zeta^i = \Gamma^i_{jk}(x)\zeta^i(x)dx^k$. Egy ilyen párhuzamos eltolás nyilván a $\Gamma^i_{jk}(x)$ összefüggési koefficiensek által van meghatározva. Ha egy RIEMANN térben a párhuzamosan eltolt vektorok hossza változatlan, akkor a párhuzamos eltolás metrikus. A metrikusság és a $\Gamma^i_{jk} = \Gamma^i_{kj}$

megkövetelése az összefüggési koefficienseket és így magát a párhuzamos eltolást is a $g_{ij}(x)$-ből egyértelműen meghatározhatóvá teszi.

FINSLER térben a párhuzamos eltolás metrikusságának a kérdése ilyen értelemben sajnos nem oldható meg. Ezt a követelményt csak É. CARTAN tudta kielégíteni 1934-ben, a vonalelem terekre való áttérés eredményének az árán. A FINSLER geometriának és így MOÓR ARTHUR munkásságának minden kérdése lényegében az ismertetett merikához és párhuzamossághoz, vagy az ahhoz legszorosabban kötődő kovariáns- és abszolútderivációhoz kapcsolódik. Az általa vizsgált kérdéskörök közül néhányat konkrétan felsorolunk: konstans és skalár görbületű FINSLER terek, tovább általánosított párhuzamos eltolás, ezzel kapcsolatos invariáns differenciál és görbületelmélet, rekurrens görbületű terek, pályageometria, FINSLER és CARTAN terek dualitáselmélete, equivalens variációszámítási problémák, OTSUKI terek, geometriai objektumok elmélete, vektor-sűrűség terek.

MOÓR ARTHUR ma a FINSLER geometria kézikönyveiben az egyik leggyakrabban és legtöbbet idézett szerző. A konkrét eredmények ismertetése helyett álljon itt végül a mindennél többet mondó, önmagáért beszélő irodalmi munkásságának gazdag jegyzéke.

MOÓR ARTHUR volt évfolyamtársa, barátja és kollégája: TAMÁSSY LAJOS tanszékvezető egyetemi tanár (Debrecen, Kossuth Lajos Tudományegyetem Geometriai Tanszék) előadása, ami 1989. november 17-én hangzott el Sopronban, az Erdészeti és Faipari Egyetem emlékülésén.

MOÓR ARTHUR
szakirodalmi munkássága

Espaces métriques dont le scalaire de courbure est constant. - Bulletin des Sciences Mathématiques, 1950, **74**: 1-19

Finslersche Räume mit der Grundfunktion. - Commentarii Mathematici Helvetici, 1950, **24**: 188-194.

Généralisation du scalaire de courbure et du scalaire principal d'un espace finslérien á n-dimension. - Canadian Journal of Mathematics, 1950, **2**: 302-313.

Erweiterung des Vierscheitelsatzes auf dreidimensionale Kurven. - Duke Mathematical Journal, 1951, **18**: 509-516.

Einführung des invarianten Differentials und Integrals in allgemeinen metrischen Räumen. - Acta Mathematica, 1951, **86**: 71-83.

Entwicklung einer einheitlichen Feldtheorie begründet auf die Finslersche Geometrie. (Mit J. Horváth) - Zeitschrift für Physik, 1952, **131**: 544-570.

Quelques remarques sur la généralisation du scalaire de courbure et du scalaire principal. - Canadian Journal of Mathematics, 1952, **4**: 189-197.

Über die Scheitelpunkte der zwei- und dreidimensionalen Kurven. - Monatshefte für Mathematik, 1952, **56**: 150-163.

Über oskulierende Punkträume von affinzusammenhängenden Linienelementmannigfaltigkeiten. - Annals of Mathematics, 1952, **56**: 397-403.

Über die Dualität von Finslerschen und Cartanschen Räumen. - Acta Mathematica, 1952, **88**: 347-370.

Finslersche Räume mit algebraischen Grundfunktionen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1952, **2**: 178-190.

Über zwei Extremaleigenschaften des Kreisbogens und der Kugelfläche. (Mit S. Török) - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1954, **15**: 157-163.

Die oskulierenden Riemannschen Räume regularer Cartanscher Räume. - Acta Mathematica Academian Scientiarum Hungaricae, 1954, **5**: 59-72.

Reguláris Cartan-féle terek oszkuláló Riemann terei - MTA III. Osztály Közleményei, 1954, **4**: 243-248.

Ergänzung zu meiner Arbeit: "Über die Dualität von Finsleschen und Cartanschen Räumen". - Acta Mathematica, 1954, **91**: 187-188.

Über affinzusammenhängende Mannigfaltigkeiten von Hyperflächenelementen insbesondere deren Äquivalenz. (Mit Gy. Soós). - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1955, **16**: 29-42.

Entwicklung einer Feldtheorie begründet auf einen allgemeinen metrischen Linienelementraum I. und II. (Mit J. Horváthtal) - Indagationes Mathematicae, 1955, **17**: 421-429, 581-587.

Általános metrikus vonalelemtérre alapozott térelmélet (Társszerző: Horváth János). - MTA III. Osztály Közleményei, 1956, **6**: 53-72.

Metrische Dualität der allgemeinen Räume. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1955, **16**: 171-196.

Allgemeine metrische Räume von skalarer Krümmung. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1956, **4**: 207-228.

Entwicklung einer Geometrie der allgemeinen metrischen Linienelementräume. - Acta Scientiarum Mathemeticarum, 1956, **17**: 85-120.

On the Extremals of the Generalized Metric Spaces. - Buletinul Institutului Politehnic din Jasi, 1956, **2**: 19-26.

Über den Schurschen Satz in allgemeinen metrischen Linienelementräumen. - Indagationes Mathematicae, 1957, **19**: 290-301.

Über die autoparallele Abweichung in allgemeinen metrischen Linienelementräumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1957, **5**: 102-118.

Über die Torsions- und Krümmungsinvarianten der dreidimensionslen Finslerschen Räume. - Mathematische Nachrichten, 1957, **16**: 85-99.

Konformgeometrie der verallgemeinerten Schouten-Haantjesschen Räume I. und II. - Indagationes Mathematicae, 1958, **20**: 94-113.

Untersuchungen in Räumen mit rekurrenter Krümmung. - Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1958, **199**: 91-99.

Über die kovariante Ableitung der Vektoren. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1958, **19**: 237-246.

Über Tensoren, die aus angegebenen geometrischen Objekten gebildet sind. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1959, **6**: 15-25.

Über nicht-holonome allgemeine metrische Linienelementräume. - Acta Mathematica, 1959, **101**: 201-233.

Über die aus g_{ik} bestimmte kovariante Ableitung. - Acta Mathematica Academian Scientiarum Hungaricae, 1960, **11**:175-186.

Erweiterung des Begriffs der Räume skalarer und konstanter Krümmung. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1960, **21**: 53-77.

Untersuchungen über die kovariente Ableitung in Linienelementräumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1960, **7**: 41-53.

Nichtlineares invariantes Differential. - Annali di Mathematica Pura ed Applicata, 1961, **54**: 255-273.

Über die konform-kovariente Ableitung der Vektoren. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1961, **8**: 117-127.

Über affine Finslerräume von skalarer Krümmung. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1961, **22**: 157-199.

Über projektive geometrische Invarienten. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1961, **8**: 350-359.

Über Tensoren von rekurrenter kovarienter Ableitung. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1962, **9**: 81-93.

Über die Form der Fundamentalgrössen gewisser affinen Räume. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1962, **9**: 289-297.

Über die Objekte der stetigen Transformationsgruppen. - Annales Polonici Mathematici, 1963, **13**: 19-31.

Über projektive Veränderung der Übertragung in Linienelement-mannigfaltigkeiten. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1963, **24**: 119-128.

Untersuchungen über Finslerräume von rekurrenter Krümmung. - Tensor, N.S., 1963, **13**: 1-18.

Eine Verallgemeinerung der metrischen Übertragung in allgemeinen metrischen Räumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1963, **10**: 145-150.

Über konforme und projektive Veränderung der Krümmung in Punkträumen. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1964, **15**: 67-75.

Bemerkung zu meiner Arbeit: "Über Tensoren von rekurrenter kovarianter Ableitung". - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1964, **11**: 59-62.

Linienelementräume mit nicht-symmetrischem Fundamentaltensor. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1964, **11**: 245-256.

Gleichung der autoparallelen Abweichung in n-dimensionalen Linienelementräumen. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1964, **25**: 266-282.

Begründung einer affinen Geometrie der Bahnen dritter Ordnung. - Tensor, N. S., 1965, **16**: 37-55.

Untersuchungen über die oskulierenden Punkträume der metrischen Linienelementräumen. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1965, **16**: 57-74.

Über eine skalare Form der Gleichung der autoparallelen Abweichung im affinen Raum. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1965, **12**: 281-291.

Über kovariante Ableitung und partielles Tensorintegral. - Monatshefte für Mathematik, 1966, **70**: 134-148.

Über spezielle Bahnengeometrien dritter Ordnung. - Annales Polici Mathematici, 1966, **17**: 261-271.

Über äquivalente Variationsprobleme erster und zweiter Ordnung. - Journal für die reine und angew. Mathematica, 1966, **223**: 131-137.

Über eine Charakterisierung von differentialgeometrischen Räumen skalarer Krümmung. - Revue Roumaine de Mathematiques Pures et Appliquées, 1967, **12**: 93-100.

Äquivalenztheorie der allgemeinen metrischen Linienelementräume. - Perspectives in Geometry and Relativity. Indiana University Press, 1966, 239-244.

Untersuchungen über den Zusammenhang von Differential- und Funktionalgleichungen I. (Mit L. Pintér) - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1966, **13**: 207-223.

Übertragungstheorie bezüglich der allgemeinen Linienelement-transformationen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1966, **13**: 263-287.

Über gewisse Typen äquivalenter Variationsprobleme von einem Parameter. - Annales Polonici Mathematici, 1967, **19**: 107-113.

Über äquivalente Variationsprobleme von mehreren Veranderlichen. (Mit L. Pintér). - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1967, **28**: 271-279.

Einige Bemerkungen über Kurven und Grundelementfolgen in allgemeinen Räumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1967, **14**: 337-347.

Tensorkalkül und Übertragungstheorie der Elemente der homogenen Berührungstransformationen. - Tensor, 1968, **19**: 165-173.

Über eine Verallgemeinerung der Schouten Haantjesschen Räume. - Compositio Mathematica, 1968, **19**: 83-94.

Objektentheoretische Untersuchungen über die kovarianten Ableitungen in allgemeinen Linienelementräumen. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1968, **29**: 177-186.

Grundzüge der möglichen Hyperflächentheorien der $\mathcal{M}_n$-Räume. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1969, **16**: 161-174.

Über die kovariante Ableitung der Vektoron in verallgemeinerten Linienelementräumen. Acta Scientiarum Mathematicarum, 1970, **31**: 129-139.

Egy variációs módszer a regressziós függvény meghatározására. (Roxer Egonnal közös munka). - Erdészeti és Faipari Egyetem Tudományos Közleményei 1969. évi 1. szám, 85-93.

Über Finslerräume von zweifach rekurrenter Krümmung. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1971, **22**: 453-465.

Hyperflächen von rekurrenter Krümmung in Riemannschen Räumen. - Mathematische Nachrichten, 1972, **53**: 77-84.

Räume von zweifach rekurrenter Krümmung. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1971, **18**: 165-169.

Unterräume von rekurrenter Krümmung in Finslerräumen. - Tensor, N. S. 1972, **24**: 261-265.

Über die Konstruktion von metrisch-affinen Räumen von rekurrenter Krümmung. - Colloquium Mathematicum, 1972, **26**: 109-113.

Finslerräume von identischer Torsion. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1973, **34**: 279-288.

Über die Nichtexistenz gewisser Typen von Linienelementräumen von rekurrenter Krümmung. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1972, **19**: 169-175.

Untersuchungen in vierdimensionalen verallgemeinerten Finslerräumen mit Hilfe eines natürlichen Vierbeins. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1973, **20**: 241-258.

Über die aus kovarianten Vektoren gebildeten Übertragungsparameter. - Demostratio Mathematica, 1973, **6**: 295-307.

Finslerräume von rekurrenter Torsion. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1974, **21**: 255-265.

Über eine Übertragungstheorie der metrischen Linienelementräume mit rekurrentem Grundtensor. - Tensor, N. S., 1975, **29**: 47-63.

Über die Veränderung der Krümmung bei einer Torsion der Übertragung. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1975, **26**: 97-111.

Ergänzungen und Bemerkungen zu meiner Arbeit: "Über eine Übertragungstheoris der metrischen Linienelementräume mit rekurrentem Grundtensor." - Tensor, N. S., 1975, **29**: 283-286.

Untersuchungen über äquivalente Variations-probleme von mehreren Veränderlichen. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1975, **37**: 323-330.

Über die Charakterisierung von speziellen 3- und 4-dimensionalen Finslerräumen durch Invarienten. - Bollettino U. M. I., 1975, **12**: 189-199.

Über speziellen Typen von Hyperflächen in verallgemeinerten Finslerräumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1976, **23**: 27-39.

Über allgemeine Übertragungstheorien in metrischen Linienelementräumen. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1976, **28**: 321-334.

Über aus einem *k*-Bein bildbare Übertragungsparameter. - Annales Polonici Mathematici, 1977, **34**: 47-52.

Über Unterräume von Linienelementräumen mit rekurrentem Masstensor. - Tensor, N. S., 1977, **31**: 1-7.

Über die aus $g_{ij}(x)$ bildbaren Vektoren. - Periodica Mathematica Hungarica, 1978, **9**: 115-119.

Otsukische Übertragung mit rekurrentem Masstensor. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1989, **40**: 129-142.

Über die Veränderung der Länge der Vektoren in Weyl-Otsukischen Räumen. - Acta Scientiarum Mathematicarum, 1979, **41**: 173-185.

Über nicht-holonome Otsukische Räume. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1979, **33**: 369-378.

Über die durch Kurven bestimmten Sektionalkrümmungen der Finslerschen und Weylschen Räume. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1979, **26**: 205-214.

On the connection of recurrence of metric, eigen tensors and transition of length in $W-O_n$ spaces. (With Györgyi F. Nagy). - Publications de l'Institut Mathématique. Nouvelle série, 1980, **27**: (41), 179-188.

Über Linienelementräume von skalarer Krümmung und mit rekurrentem Grundtensor. - Tensor, N. S., 1981, **35**: 125-135.

Über die Verallgemeinerung der Christoffelschen Übertragungstheorie in Linienelementräumen. - E. B. Christoffel. The Influence of His Work on Mathematics and the Physical Sciences. Birkhauser Verlag, 1981, 600-610.

Über verschiedene geodätische Abweichungen in Weyl-Otsukischen Räumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1981, **28**: 247-258.

Über die aus einem gemischten Tensor gebildeten Otsukischen Räume. - Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 1982, **39**: 225-232.

Otsukische Räume mit einem zweifach rekurrenten metrischen Grundtensor. - Periodica Mathematica Hungarica, 1982, **13**: 129-135.

Über die Begründung von Finsler-Otsukischen Räumen und ihre Dualität. - Tensor, N. S., 1982, **37**: 121-129.

Über Transformationsgruppen in Weyl-Otsukischen Räumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1982, **29**: 241-250.

On eigencurves and eigenvectors in spaces of line elements. - Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai. - Differential Geometry, Budapest (Hungary), 1979, **31**: 465-480.

Weylsche Übertragungstheorie bezüglich der Räume mit verallgemeinerten Linienelementen. - Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica, 1981, **16**: 95-102.

Über Weyl-Otsukische Räume. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1983, **30**: 291-295.

Über spezielle Finsler-Otsukische Räume. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1984, **31**: 185-196.

Über Torsion, Krümmung und Autoparallelität der Finsler-Otsukischen Räume. - Periodica Mathematica Hungarica, 1986, **17**: 295-312.

Über die autoparallele Abweichung von Finsler-Otsukischen Räumen und Anwendungen in Räumen mit speziellen *p*-Tensoren (Mit Györgyi F. Nagy.). - Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica, 1985, **20**: 395-404.

Über Reel-Unitare Finsler-Otsukischen Räume. - Acta Mathematicarum Hungaricae, 1985, **46**: (1-2) 173-181.

Oskulierende Punkträume von Finsler-Otsukischen Linienelementräumen. - Publicationes Mathematicae (Debrecen), 1985, **32**: 145-152.